

Синусоидалық токтардың тізбектеріне арналған Кирхгоф заңдарының математикалық тұжырымдамасы синусоидалық шамаларды өрнектеудің таңдап алынған әдісіне байланысты болады.

Кирхгофтың бірінші заңы. Кирхгофтың бірінші заңы бойынша уақыттың әрбір моментіндегі жәлектр тізбегінің кез-келген түйініндегі токтардың алгебралық қосындысы нөлге тең:

$$\sum_{k=1}^n i_k = \sum_{k=1}^n I_{mk} \sin(\omega t + \psi_{ik}) = 0 \quad (4.23)$$

мұндағы n – түйінде тоғысатын тармақтар саны; k – тармақтың реттік нөмірі.

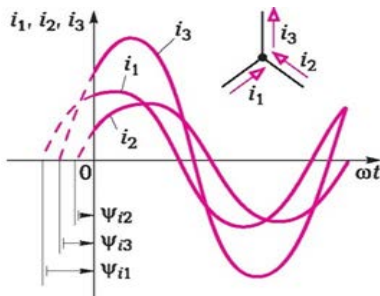
Оң бағыттары түйінге қарай (түйіннен) алынған синусоидалық токтардың барлығын ары қарай минус (плюс) таңбасымен жазатын боламыз. Мысалы, 4.15-суреттегі түйін мен синусоидалық токтардың лездік мәндері үшін:

$$i_1 = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_{i1}); i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \psi_{i2}); i_3 = I_{m3} \sin(\omega t + \psi_{i3});$$

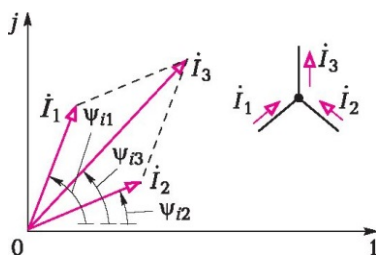
Кирхгофтың бірінші заңы бойынша кез келген уақыт моментінде:

$$\sum_{k=1}^3 i_k = -i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

(4.23)-тегі барлық синусоидалық токтарды (4.8) бойынша оларға сәйкес келетін $\dot{I}_k = I_k \angle \psi_{ik}$ кешенді мәндерімен өрнектейік, кешенді түдегі Кирхгофтың бірінші заңын аламыз:



4.15-сурет



4.16-сурет

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0 \quad (4.24)$$

яғни, синусоидалық ток тізбегінің кез-келген түйініндегі токтардың кешенді мәндерінің алгебралық қосындысы нөлге тең. Мұнда оң бағыттары түйінге қарай (түйіннен) алынған токтардың кешенді мәндері «минус» («плюс») таңбасымен жазылады.

Мысалы, 4.16-суреттегі түйін мен токтардың кешенді мәндері үшін:

$$\dot{I}_1 = I_1 \angle \psi_{i1}; \dot{I}_2 = I_2 \angle \psi_{i2}; \dot{I}_3 = I_3 \angle \psi_{i3}$$

Кирхгофтың бірінші заңы бойынша

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = -\dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$$

Кирхгофтың екінші заңы. Кирхгофтың екінші заңы бойынша әрбір уақыт мезетіндегі электр тізбегінің кез-келген контурының барлық бөліктеріндегі кернеулердің алгебралық қосындысы нөлге тең:

$$\sum_{k=1}^m u_k = \sum_{k=1}^m U_{mk} \sin(\omega t + \psi_{uk}) = 0 \quad (4.25)$$

мұндағы оң бағыттары контур айналымының еркін таңдап алынған бағытымен сәйкес келетін (қарама-қарсы) кернеулер «плюс» («минус») таңбасымен жазылады; m – бөліктер саны; k – бөліктің реттік нөмірі.

Тек қана пассивті (резистивті, индуктивті, сыйымдылық) элементтерінен және ЭҚК көзінен тұратын тізбек схемасының контуры үшін, әрбір уақыт мезетіндегі контурдың пассивті элементтеріндегі кернеулерінің алгебралық қосындысы ЭҚК алгебралық қосындысына тең, яғни Кирхгофтың екінші заңы:

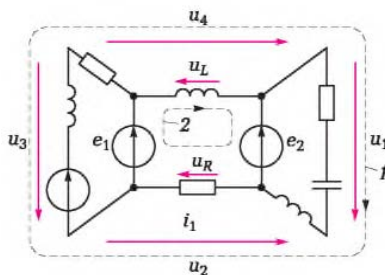
$$\sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^m e_k \quad (4.26)$$

түрінде болады, немесе:

$$\sum_{k=1}^n U_{mk} \sin(\omega t + \psi_{uk}) = \sum_{k=1}^m E_{mk} \sin(\omega t + \psi_{ek})$$

мұндағы n және m – контурдағы пассивті элементтердің және ЭҚК-ң саны.

(4.26)-шы өрнектегі, оң бағыттары контур айналымының еркін таңдап алынған бағытымен сәйкес келетін (қарама-қарсы) u_k кернеуі мен e_k ЭҚК-і «плюс» («минус») таңбасымен жазылады.



4.17-сурет

Мысалы, 1-ші контур үшін тізбек схемасында (4.25) бойынша (4.17-сурет):

$$u_1 - u_2 - u_3 + u_4 = 0,$$

2-контур үшін (4.26) бойынша

$$u_R - u_L = e_1 - e_2.$$

Барлық синусоидалық шамаларды (4.25) пен (4.26)-да оларға сәйкес кешенді мәндерімен (4.8) бойынша өрнектеп:

$$\dot{U}_k = U_k \angle \psi_{uk}; \text{ және } \dot{E}_k = E_k \angle \psi_{ek};$$

Кирхгофтың екінші заңын кешенді түрінде аламыз:

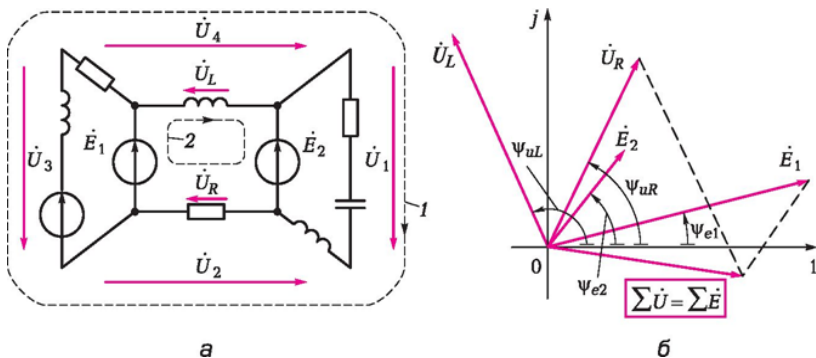
$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^m \dot{U}_k &= 0; \\ \sum_{k=1}^n \dot{U}_k &= \sum_{k=1}^m \dot{E}_k \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

(4.27)-ші теңдеулерде «плюс» («минус») таңбасымен, оң бағыттары контур айналымының еркін таңдап алынған бағытымен сәйкес келетін (қарама-қарсы) кернеу мен ЭҚК-нің кешенді мәндері жазылады. Мысалы, 1 және 2-контурлар үшін таңдап алынған тізбек схемасында (4.18-сурет, а), (4.27) бойынша:

$$\dot{U}_1 - \dot{U}_2 - \dot{U}_3 + \dot{U}_4 = 0;$$

$$\dot{U}_K - \dot{U}_L = \dot{E}_1 - \dot{E}_2.$$

Сонымен қатар, 1 және 2-контурлар синусоидалық шамалары бар тізбек схемасында көрсетілген.



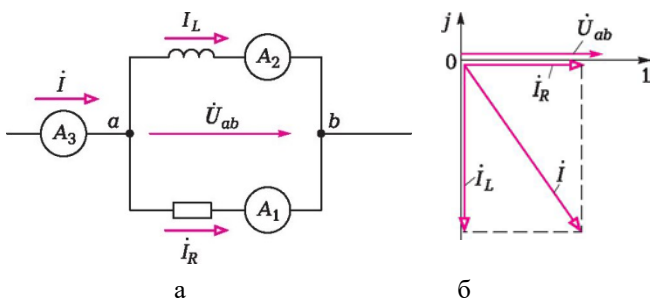
4.18-сурет

4.18, б суретінде, Кирхгофтың екінші заңын кешенді түрде көрнекілеп бейнелейтін, 2-контурдың ЭҚК-і мен кернеуінің векторлық диаграммасы құрылған.

4.3-мысал. 4.19, а суретіндегі синусоидалық ток тізбегіндегі схемада амперметрлер көмегімен тармақтардағы токтардың әсерлік мәндері қолданылады. Егер A_1 және A_2 амперметрлерінің көрсеткіштері 3 А мен 4 А-ға тең болатын болса, A_3 амперметріндегі көрсеткішті анықтаңыз.

Шешімі. Кернеу $\dot{U}_{ab}$ резистивті элементтегі $\dot{I}_R$ тогымен фазасы бойынша сәйкес келеді және $\pi/2$ бұрышқа индуктивті элементтегі $\dot{I}_L$ тогынан асып түседі (4.19-сурет, б). $\dot{I}_R$ мен $\dot{I}_L$ токтарының кешенді мәндерінің векторларының қосындылары Кирхгофтың бірінші заңы бойынша а түйіні үшін (4.24) токтың кешенді мәнінің векторын анықтайды $\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L$. Пифагор теоремасы бойынша I векторының модулі A_3 амперметрінің көрсеткіштерін анықтайды:

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ A}$$



4.19-сурет

4.8.

СИНУСОИДАЛЫҚ ТОК ТІЗБЕГІН ЕСЕПТЕУДІҢ КЕШЕНДІ ӘДІСІ

Синусоидалық ток тізбегін есептеудің кешенді әдісі келесіден тұрады.

1. Тізбектің барлық элементтерінің параметрлері туралы бастапқы мәліметтерін кешенді түрде, яғни синусоидалық кернеу ЭҚК көздерін және лездік мәндермен берілген ток көздерінің токтары (тригонометриялық формада), индуктивті және сыйымдылық элементтерін оған сәйкес кешенді мәндермен (4.1-кесте) және кешенді кедергілермен немесе өткізгіштіктермен (4.2-кесте) өрнектейміз.

4.1-кесте. Синусоидалық ЭҚК-н және ток көздері токтарын кешенді мәндермен өрнектеу

Көзі	Лездік мәні	Кешендік мәні	Шартты белгісі
ЭҚК	$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$	$\dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_e}$	
Ток	$J(t) = J_m \sin(\omega t + \psi_J)$	$\dot{J} = \frac{J_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_J}$	

4.2-кесте. Пассивті элементтердің кешенді кедергілері мен өткізгіштіктері

Элемент	Параметрлер	Кешенді кедергі	Кешенді өткізгіштік
Резистивті	R	R	$1/R = G$
Индуктивті	L	$j\omega L = jX_L$	$1/j\omega L = -jB_L$
Сыйымдылық	C	$\frac{1}{j\omega C} = -jX_C$	$j\omega C = jB_C$

1. Барлық тармақтардағы кешенді токтардың оң бағыттарын таңдаймыз және оларды тізбек схемасында бағыттауыш сызықтарымен көрсетеміз.

2. Ом мен Кирхгоф заңы бойынша кешенді түрде тізбектің жұмыс режимін анықтайтын теңдеулер жүйесін құрамыз.

3. Алынған теңдеулер жүйесін шығарып, тізбек тармақтарындағы ток мәндерін және оның элементтеріндегі кернеулерді анықтаймыз.

4. Ток пен кернеулердің анықталған кешенді мәндері бойынша оларға сәйкес келетін синусоидалық токтар мен кернеулердің лездік мәндерін анықтаймыз.

Тұрақты токтың сызықтық тізбектері секілді синусоидалық токтың сызықтық тізбектерін есептеу кезінде есептемелерді қысқарту үшін, схемаларды түрлендіру (2.10-бөлімшені қараңыз), түйіндік потенциалдар (2.11-бөлімшені қараңыз), контурлық токтар (2.12-бөлімшені қараңыз), қабаттастыру (2.13-бөлімшені қараңыз) түрлі есептеу әдістерін қолдануға болады.

Бұл ретте тұрақты токтың тізбектерін есептеу әдістерінің математикалық тұжырымдамасы синусоидалық токтар тізбегін есептеу үшін де жарамды болып табылады. Тек барлық ЭҚК-н, кернеу мен токтарды сәйкес синусоидалық шамалардың кешенді мәндерімен, ал элементтер кедергісін – кешенді кедергілермен алмастыру қажет.

Бұдан әрі *ЭҚК, кернеу, ток және басқаларының кешенді мәндері*, және де оларға сәйкес келетін кешенді мәндер векторы түсінігі үшін қысқартылған терминдерді қолданатын боламыз, мысалы, *кешенді ток*, немесе *ток*.

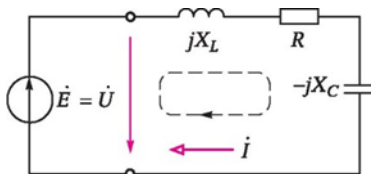
4.9.

ЭЛЕМЕНТТЕРІ ТІЗБЕКТЕЙ ЖАЛҒАНҒАН ЭЛЕКТР ТІЗБЕГІ

Элементтері тізбектей жалғанған тізбектердің, яғни тармақталмаған тізбектердің дара жағдайларын қарастырайық.

R , L және C элементтері тізбектей жалғанған тізбек (4.20-сурет). Элементтері тізбектей жалғанған тізбекте, $e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$ синусоидалық ЭҚК көзі әсер еткен кезінде, ток та $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ синусоидалық болады, ал резистивті, индуктивті және сыйымдылық элементтеріндегі кернеу мынаған тең болады:

$$u_R = U_{Rm} \sin(\omega t + \psi_{uR}); u_L = U_{Lm} \sin(\omega t + \psi_{uL}); u_C = U_{Cm} \sin(\omega t + \psi_{uC});$$



4.20-сурет

Тізбек жұмысының режимін кешенді әдіспен есептеу үшін барлық синусоидалық шамаларды (4.8) бойынша сәйкес кешенділер деп бейнелейік:

$$\dot{E} = E \angle \psi_e; \dot{I} = I \angle \psi_i; \dot{U}_R = U_R \angle \psi_{uR}; \dot{U}_L = U_L \angle \psi_{uL}; \dot{U}_C = U_C \angle \psi_{uC}.$$

4.20-суретте токтың, ЭҚК-нің және кернеудің оң бағыттары бағыттауыш сызығымен көрсетілген. Контур айналымы бағытын таңдап, Кирхгофтың екінші заңы бойыншы (4.27:)

$$\dot{U}_L + \dot{U}_R + \dot{U}_C = j\omega L \dot{I} + R \dot{I} - j \frac{1}{\omega C} \dot{I} = \dot{E}. \quad (4.28)$$

тендеуін жазайық.

Бұл жерде резистивті (4.16), индуктивті (4.19) және сыйымдылық (4.22) элементтері үшін Ом заңы ескерілген.

(4.28)-ден тізбектегі кешенді токты табамыз:

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R + j(\omega L - 1/\omega C)},$$

немесе

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + j(\omega L - 1/\omega C)}, \quad (4.29)$$

мұндағы $\dot{U} = U e^{j\psi_u} = \dot{E} = E e^{j\psi_e}$ – көзі шықпасы мен пассивті бөліктер арасындағы кернеу.

Кешенді токқа арналған өрнектің бөлімінде орналасқан шама (4.29), тізбектің тармақталмаған бөлігінің *кешенді кедергісі* деп аталады:

$$\underline{Z} = R + j(\omega L - 1/\omega C) = R + j(X_L - X_C). \quad (4.30)$$

Кешенді кедергіге кері шама *кешенді өткізгіштік* деп аталады:

$$\underline{Y} = 1/\underline{Z}.$$

Кешенді кедергі мен өткізгіштіктің белгіленуі токтың және кернеудің кешенді мәндерінің белгілерінен ерекшеленеді, себебі екіншісіне уақыт бойынша өзгеретін шамалар сәйкес келеді, ал біріншісіне – келмейді.

$\underline{Z}$ кешенді кедергінің әрбір мәніне кешенді сан ретінде кешенді жазықтықтағы нүкте сәйкес келеді. Оның орыны кешенді жазықтықтағы вектормен анықталады (4.21-сурет). Бұл вектор кешенді кедергінің геометриялық интерпретациясы болып табылады және де тура сондай $\underline{Z}$ белгіленуіне ие. Кешенді кедергінің қосылғыштары 4.21-суретте екі жағдайға: $X_L > X_C$ (4.21-сурет, а) және $X_L < X_C$ (4.21-сурет, б) арналған векторлар түрінде бейнеленген. Кешенді кедергінің геометриялық интерпретациясы кешенді кедергінің алгебралық жазу түрінен (4.30)

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z} &= Z \cos \varphi + jZ \sin \varphi \\ \underline{Z} &= Ze^{j\varphi} = Z \angle \varphi \end{aligned} \right\} \quad (4.31)$$

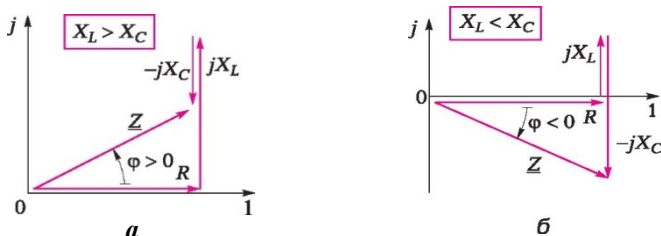
тригонометриялық және көрсеткіштік түрлерге жеңіл өтуіне

мүмкіндік береді, мұндағы $\underline{Z} = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ - кешенді кедергі модулі немесе өлшем бірлігі Ом болып табылатын, *толық*

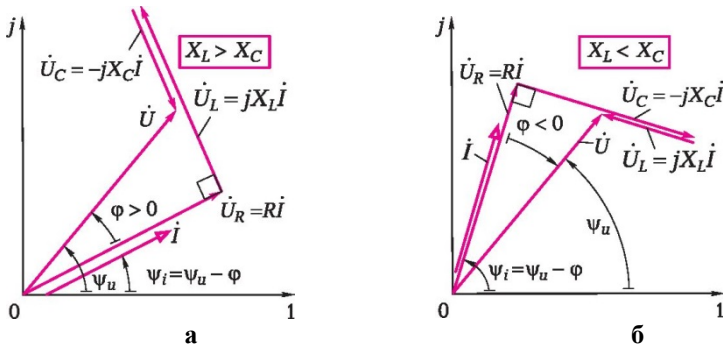
$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$ - кешенді кедергі аргументі.

$X_L - X_C$ шамасының таңбасына қарай кешенді кедергі аргументі оң ($\varphi > 0$ – 4.21, а суретіндегідей, кешенді кедергінің индуктивті сипаты) немесе теріс ($\varphi < 0$ – 4.21, б суретіндегідей, кешенді кедергінің сыйымдылық сипаты) болуы мүмкін, алайда ол әрқашан $|\varphi| \leq \pi/2$.

Кешенді кедергінің мәнін көрсеткіштік түрде (4.29)-ға қойып, *тармақталмаған тізбекке арналған Ом заңының* өрнегін аламыз:



4.21-сурет



4.22-сурет

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}} = \frac{E}{Z} e^{j(\psi_e - \varphi)},$$

немесе

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{j(\psi_u - \varphi)}, \quad (4.32)$$

мұндағы $I = U/Z$ — токтың әсерлік мәні; $\psi_i = \psi_u - \varphi$ — токтың бастапқы фазасы.

Тізбектегі кешенді ток белгілі болған жағдайда, резистивті, индуктивті және сыйымдылық элементтеріндегі кернеулер сәйкесінше (4.16), (4.19) және (4.22) формулалар бойынша есептелінеді.

4.22-суретте, бірдей $\dot{U} = U \angle \psi_u$ кернеуі кезіндегі тармақталмаған тізбектің (4.20 суретті қараңыз) тогы мен кернеуінің екі жағдайдағы: $X_L > X_C$ (4.22-сурет, а) және $X_L < X_C$ (4.22-сурет, б) векторлық диаграммалары келтірілген.

Егер тізбектің кешенді кедергісі индуктивті сипатқа ие болса, онда тізбектегі ток кернеуден фазасы бойынша артта қалады, себебі $\varphi > 0$ (4.21, а суретін қараңыз) және (4.32) бойынша $\psi_i < \psi_u$. Векторлық диаграммада φ бұрышының оң (теріс) мәні сағат тілінің қозғалыс бағытына қарама-қарсы (бағытымен) $\dot{I}$ тогының кешенді мәнінен бері қарай есептелінеді.

R және L элементтері тізбектей жалғанған тізбек (4.23-сурет) Резистивті және индуктивті элементтері тізбектей жалғанған тізбекте (4.2-сурет, а), (4.28) және (4.30)-шы өрнектер, векторлық диаграммаларда кернеулер мен кедергілердің тікбұрышты үшбұрыштары сәйкес келетін (4.23-сурет, а және б):

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_R + \dot{U}_L &= R\dot{I} + jX_L \dot{I} = \dot{U} = \dot{E}; \\ \underline{Z} &= R + jX_L, \end{aligned} \right\} \quad (4.33)$$

түрін қабылдайды.

Кедергілер мен кернеулердің тікбұрышты үшбұрыштарынан, тізбектің толық кедергісі

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2},$$

тең екендігі шығады, , ал тізбектегі оған салынған кернеу мен ток

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = I\sqrt{R^2 + X_L^2};$$

$$I = U / Z$$

болады.

R және C элементтері тізбектей жалғанған тізбек (4.24-сурет). Резистивті және сыйымдылық элементтері тізбектей жалғанған тізбекте (4.24-сурет, а), (4.28) және (4.30)-шы өрнектер, векторлық диаграммада кернеу мен кедергінің тікбұрышты үшбұрыштары сәйкес келетін (4.24-сурет, б және в)

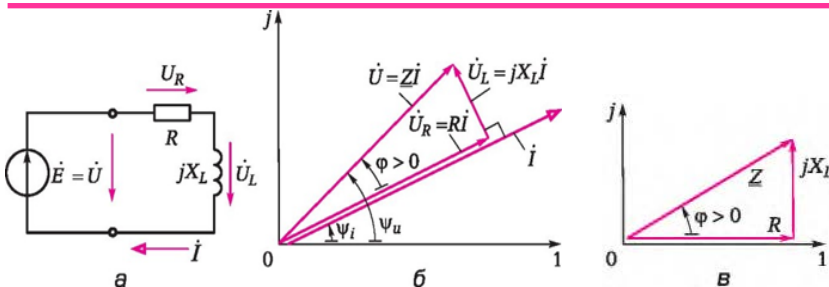
$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_R + \dot{U}_C &= R\dot{I} - jX_C \dot{I} = \dot{U} = \dot{E}; \\ \underline{Z} &= R - jX_C, \end{aligned} \right\} \quad (4.34)$$

түрін қабылдайды.

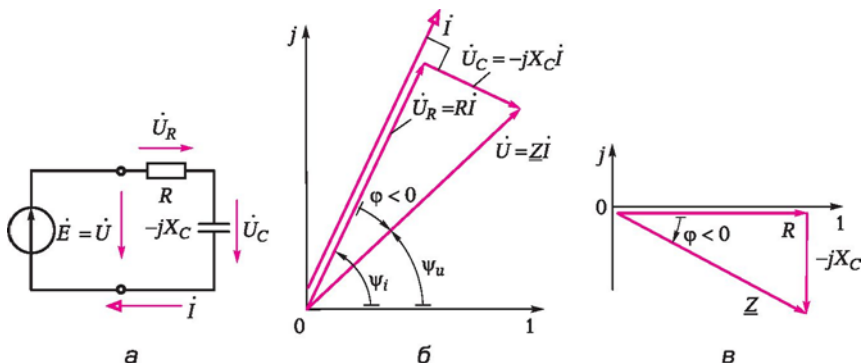
Кедергі мен кернеудің тікбұрышты үшбұрыштарынан, тізбектің толық кедергісі

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2},$$

болатындығы шығады,



4.23-сурет



4.24-сурет

ал тізбектегі салынған кернеу мен ток

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = I \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$I = U / Z$$

тең болады.

4.10. КЕРНЕУЛЕР РЕЗОНАНСЫ

Кернеулер резонансы, схемасы L индуктивті, C сыйымдылық және R резонансты элементтерден тұратын тізбектің тармақталмаған бөлігінде, яғни *тізбекті тербелмелі контурда* орын алуы мүмкін (4.25-сурет).

Ом заңы бойынша контурдағы токтың кешенді мәні:

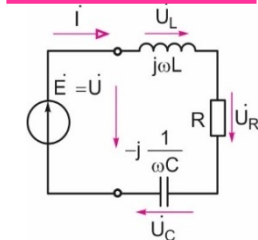
$$\dot{I} = I e^{j\psi_i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{U e^{j\psi_u}}{Z e^{j\varphi}} \quad (4.35)$$

өрнегіне тең болады, мұндағы $\underline{Z} = R + j\omega L - j1/\omega C$ және

$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$ - контурдың кешенді және толық кедергісі;

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctg \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

— кернеу мен ток арасындағы ығысу бұрышы, яғни кешенді кедергі аргументі;



4.25-сурет

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

— токтың әсерлік мәні.

Резонансты кедергі деп индуктивті, тізбектік контурдың индуктивті, сыйымдылық және резистивті элементтерінен тұратын тізбектің тармақталмаған бөлігінің жұмыс істеу тәртібін атаймыз, бұл ретте оның тогы мен кернеуі фазасы бойынша сәйкес келеді

$$\psi_i = \psi_u \quad (4.36)$$

«Кернеулер резонансы» атауы қарама-қарсы фазалардағы сыйымдылық және индуктивті элементтердегі кернеулердің әрекеттегі мәндерінің теңдігін бейнелейді, бұл кернеудің $\psi_u = 0$ бастапқы фазасы таңдап алынған, 4.26-суреттегі векторлық диаграммадан көрініп тұр.

Кернеу мен ток арасындағы фазалардың ығысуы қатынасынан және (4.36)-шы шарттан, кернеулер резонансы байқалатын бұрыштық жиілік

$$\omega_{рез} L = 1/(\omega_{рез} C),$$

яғни

$$\omega_{рез} = 1/\sqrt{LC},$$

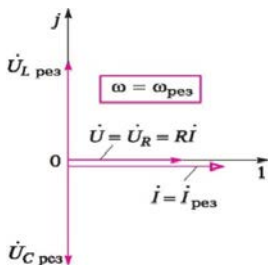
теңдігімен анықталатындығы шығады және резонансты деп аталады.

Кернеу резонансы кезінде тізбектегі ток $I_{рез} = U/R$ ең үлкен мәніне жетеді, ал сыйымдылық және индуктивті элементтердегі кернеу, егер

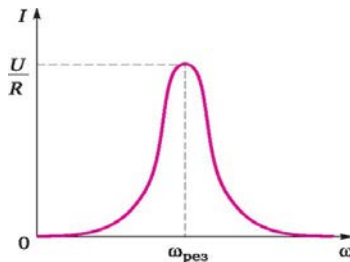
$$\omega_{рез} L = 1/(\omega_{рез} C) = \sqrt{L/C} > R$$

болса,

$$U_{Lрез} = U_{Cрез} = \omega_{рез} L I_{рез} = U \omega_{рез} L / R$$



4.26-сурет



4.27-сурет

көздегі кернеуінен (бірнеше есе) асып түсуі мүмкін.

$\rho = \sqrt{L/C} = \omega_{\text{рез}} L = 1/(\omega_{\text{рез}} C)$ шамасы Ом өлшемділігіне ие және тербелмелі контурдың *сипаттамалық кедергісі* деп аталады. Сипаттамалық кедергінің резистивті элементтің кедергісіне қатынасына тең, резонанс кезіндегі индуктивті немесе сыйымдылық элементтеріндегі кернеудің контур шықпалары арасындағы U кернеуге қатынасы, тербелмелі контурдың резонанстық қасиеттерін анықтайды (4.27-сурет) және *контур төзімділігі* деп аталады:

$$Q = \frac{U_{L\text{рез}}}{U} = \frac{U_{C\text{рез}}}{U} = \frac{\rho I_{L\text{рез}}}{RI_{\text{рез}}} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}$$

Егер резонанс кезінде индуктивті және сыйымдылық кедергілерін бірдей санға n рет арттырсақ, онда тізбектегі ток өзгермейді, ал индуктивті және сыйымдылық элементтеріндегі кернеу сол санға n рет артады. Өзгермейтін $I = I_{\text{рез}} = U/R$ ток көзі кезінде индуктивті және сыйымдылық элементтеріндегі кернеуді шексіз ұлғайта беруге болады. Бұл құбылыстың физикалық себебі, сыйымдылық элементтерінің электр өрісінде, индуктивті элементтердің магнит өрісінде айналмалы жиналатын елеулі энергиясының тербелісі болып табылады.

Кернеулер резонансы кезінде энергия көзінен келетін және активті кедергідегі энергия шығынының орынын толтыратын энергияның аз мөлшері, тізбектегі өшпейтін тербелістерді магнитті және электр өрісі энергияларының үлкен мәндеріне қатысты ұстап тұруға жеткілікті.

Электрэнергетикалық қондырғылардағы кернеулер резонансы – жағымсыз құбылыс, себебі бұл жағдайда қондырғылардың кернеуі олардың жұмыс кернеуінен бірнеше есе асып түсуі мүмкін. Алайда, мысалға, радиотехникада, телефонияда, автоматикада кернеулер резонансы тізбектерді берілген жиілікке күйге келтіруіне пайдаланылады.

4.11. ТАРМАҚТАРЫ ПАРАЛЛЕЛЬЖАЛҒАНҒАН ЭЛЕКТР ТІЗБЕГІ

Екі параллель қосылған катушкалары бар синусоидалық ток тізбегін қарастырайық. Әрбір катушканы резистивті және индуктивті элементтері тізбектей жалғанған алмастыру схемасымен көрсетейік (4.28-сурет).

Тізбектің веткорлық диаграммасын тұрғызайық (4.29-сурет). Екі тармаққа да ортақ, $\dot{U}$ кернеу векторын нақты сандар осының бойымен тандап алынған масштабта қояйық. Екі тармақ та индуктивті сипатқа ие болғандықтан, екі тармақтағы $\dot{I}_1$ және $\dot{I}_2$ токтарының векторлары кернеуден фазасы бойынша сәйкесінше φ_1 және φ_2 бұрышқа артта қалуда. $\dot{I}_1$ және $\dot{I}_2$ векторларын қосып, тізбектің $\dot{I}$ жалпы тогы векторын аламыз. $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ және $\dot{I}$ ток векторларын құраушыларға жіктейік. Кернеу векторымен сәйкес келетін құраушылар, *активтілер* деп аталады және мынаған тең болады:

$$I_{\delta} = I \cos \varphi;$$

$$I_{\delta 1} = I_1 \cos \varphi_1;$$

$$I_{\delta 2} = I_2 \cos \varphi_2,$$

Кернеу векторына перпендикуляр құраушылар реактивті деп аталады және ол мынаған тең:

$$I_p = I \sin \varphi;$$

$$I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1;$$

$$I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2,$$

Тармақтардың толық кедергісін

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2}; Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{L2}^2};$$

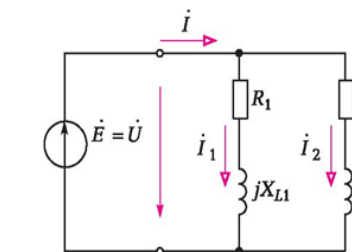
формулаары бойынша анықтайды, мұндағы R_1, R_2 және X_{L1}, X_{L2} - бірінші және екінші катушкалардың резистивті және индуктивті кедергілері.

Тармақтардағы токтардың әсерлік мәндері мынаған тең:

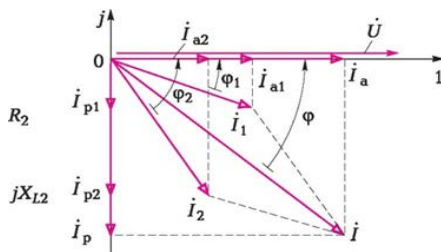
$$I_1 = U / Z_1; I_2 = U / Z_2$$

Тармақтардағы кернеу мен ток арасындағы фазалардың ығысу бұрыштары мына өрнекпен анықталады:

$$\cos \varphi_1 = R_1 / Z_1; \cos \varphi_2 = R_2 / Z_2$$



4.28-сурет



4.29-сурет

Тізбектің векторлық диаграммасынан (4.29-суретті қараңыз), I жалпы тогының активті және реактивті құраушылары

$$I_{\phi} = I_{\phi 1} + I_{\phi 2};$$

$$I_p = I_{p1} + I_{p2},$$

тең екендігі, ал ортақ ток

$$I = \sqrt{I_{\phi}^2 + I_p^2}$$

болатындығы көрініп тұр.

4.12. ТОКТАР РЕЗОНАНСЫ

Токтар резонансы, схемасында параллелді жалғанған индуктивті, сыйымдылық және резистивті элементтері бар, яғни параллелді тербелмелі контурдағы тізбекте орын алуы мүмкін (4.30-сурет).

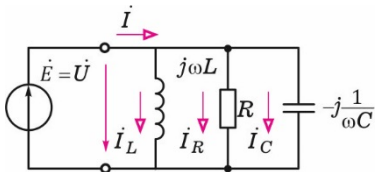
Мұндай тізбекте, резистивті элементтегі ток фазасы бойынша сәйкес келетін (4.10-суретті қараңыз), индуктивті элементтегі ток $\pi/2$ бұрышына артта қалатын (4.12-суретті қараңыз), сыйымдылық элементтегі ток $\pi/2$ бұрышына асып түсетін (4.18-суретті қараңыз), барлық элементтердегі кернеу бірдей. Бұл ретте сыйымдылық элементіндегі $I_C = \omega CU$ тогы бұрыштық жиілікке пропорционал өседі, индуктивті элементтегі $I_L = U/(\omega L)$ ток бұрыштық жиілікке кері пропорционалды, резистивті элементтегі $I_R = U/R$ тогы бұрыштық жиілікке тәуелсіз (4.31-сурет). Графиктердің қиылысу нүктесі, резонансты деп аталатын

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

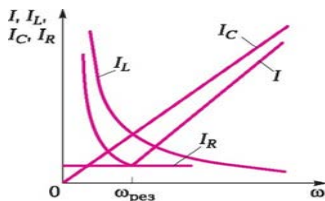
бұрыштық жиілігінде, жалпы ток

$$I = I_R = I_{\text{рез}}$$

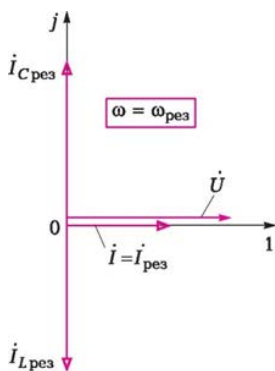
болатын, токтар резонансына сәйкес келеді.



4.30-сурет



4.31-сурет



4.32-сурет

«Токтар резонансы» атауы индуктивті және сыйымдылық элементтеріндегі $I_{L\text{рез}} = U / (\omega_{\text{рез}} L) = I_{C\text{рез}} = \omega_{\text{рез}} C U$ токтардың әсерлік мәндерінің, қарама-қарсы фазалардағы теңдігін бейнелейді, бұл кернеудің $\psi_u = 0$ бастапқы фазасы таңдап алынған, 4.32-суреттегі векторлық диаграммада көрініп тұр.

Егер токтар резонансы кезінде бірдей n сан рет индуктивті және сыйымдылық кедергілерін азайтатын болсақ, онда I_L және I_C токтары осындай сан рет артады. Өзгер-

мейтін $I = I_{\text{рез}} = U / R$ ток көзі кезінде осы токтарды шексіз арттыра беруге болады.

Кернеулер резонансына қарағанда токтар резонансы — электроэнергетикалық қондырғылар үшін қауіпсіз құбылыс. Токтар резонансы, кернеулер резонансы секілді радиотехникалық құрылғыларда қолданылады.

4.13. РЕЗИСТИВТІ, ИНДУКТИВТІ ЖӘНЕ СЫЙЫМДЫЛЫҚ ЭЛЕМЕНТТЕРІНДЕГІ ЭНЕРГЕТИКАЛЫҚ ПРОЦЕСТЕР

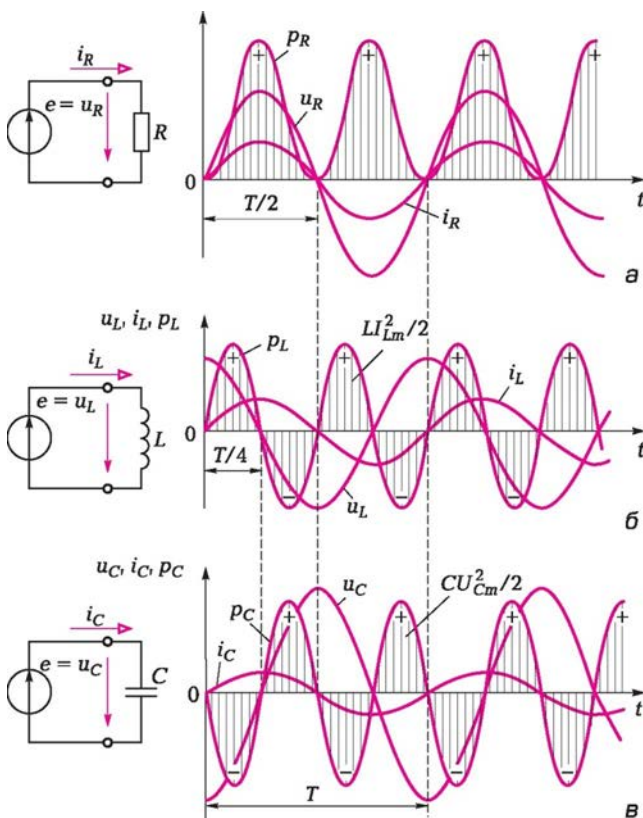
Синусоидалық ток тізбегіндегі энергетикалық процестер өте күрделі, себебі олардың түрлі элементтеріндегі физикалық процестер бірдей емес

Резистивті элемент. Резистивті элементте R кедергісімен $u_R = U_{Rm} \sin \omega t$ кернеуі кезінде $i_R = u_R / R = I_{Rm} \sin \omega t$ тогы, кернеумен фазасы бойынша сәйкес келеді. Кез-келген уақыт мезетінде резистивті элементтің қуаты (қуаттың лездік мәні)

$$p_R = u_R i_R = U_{Rm} I_{Rm} \sin^2 \omega t = \frac{U_{Rm} I_{Rm}}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

тең болады.

4.33, а суретінде резистивті элементтің i_R тогының, u_R кернеуінің және p_R қуатының лездік мәндері көрсетілген. Уақыттың кез-келген мезетіндегі резистивті элементтегі лездік қуаты оң, яғни уақыттың кез-келген интервалы арасында резистивті элементке энергия келіп түседі және көздің электр энергиясының оның басқа түрлеріне қайтымсыз түрленуі жүреді.



4.33-сурет

Период аралығындағы орташа қуат, яғни резистивті элементтің *активті қуаты*

$$P_R = \frac{1}{T} \int_0^T p_R dt = U_R I_R = R I_R^2 = I_R^2 / G = G U_R^2 = U_R^2 / R, \quad (4.37)$$

тең болады, мұндағы $U_R = U_{Rm} / \sqrt{2}$ және $I_R = I_{Rm} / \sqrt{2}$ — кернеу мен тоқтың әсерлік мәндері.

Индуктивті элемент. Индуктивті элементтегі L кернеу (4.33-сурет, б)

$$u_L = L di_L / dt = U_{Lm} \sin(\omega t + \pi/2) = U_{Lm} \cos \omega t$$

фазасы бойынша $i_L = I_{Lm} \sin \omega t$ тоғын (тоқта нөлдік бастапқы фазасы таңдап алынған) $\pi/2$ бұрышына асып түседі. Индуктивті элементтің лездік қуаты:

$$p_L = u_L i_L = U_{Lm} I_{Lm} \sin \omega t \cos \omega t = \frac{U_{Lm} I_{Lm}}{2} \sin 2\omega t = U_L I_L \sin 2\omega t$$

өрнегіне тең болады, және ток жиілігінен екі есе көп жиілікпен синусоидалық өзгереді. Лездік қуат, индуктивті элементтегі токтың абсолюттік мәні бойынша (токтың бағытына қарамастан) өсуі кезінде оң; бұл уақытта индуктивті элементтің магнит өрісінде энергия жинақталады.

Периодтың келесі ширегіндегі p_L лездік қуаты теріс, яғни индуктивті элемент көзден энергия алмайды, керісінше көз индуктивті элементтен энергия алады.

Индуктивті элементтің период ішіндегі орташа мәні нөлге тең. Индуктивті элементтегі синусоидалық ток жұмыс атқармайды. Сондықтан да резистивті элементке қарағанда индуктивті элементтің энергетикалық режимін активті емес, лездік қуаттың максималды оң мәніне тең *реактивті индуктивті қуатпен*

$$Q_L = U_L I_L = X_L I_L^2 = U_L^2 / X_L = B_L U_L^2 = I_L^2 / B_L \quad (4.38)$$

анықтау қабылданған.

Сыйымдылық элементі. Сыйымдылық элементіндегі C кернеуі (4.33-сурет, в)

$$u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt = U_{Cm} \sin(\omega t - \pi/2) = -U_{Cm} \cos \omega t ,$$

$i_C = I_{Cm} \sin \omega t$ тогынан $\pi/2$ бұрышқа фазасы бойынша артта қалуда. Сыйымдылық элементінің лездік қуаты

$$p_C = u_C i_C = -U_{Cm} I_{Cm} \sin \omega t \cos \omega t = -\frac{U_{Cm} I_{Cm}}{2} \sin 2\omega t = -U_C I_C \sin 2\omega t .$$

Индуктивті элементтегі секілді, сыйымдылық элементіндегі лездік қуат – жиілігі ток жиілігінен екі есе көп болатын, синусоидалық шама. Сыйымдылық элементіндегі лездік қуат, абсолюттік мәні бойынша кернеу ұлғаятын (кемитін) уақыт аралығында оң (теріс). Осы уақыт аралығы барысында сыйымдылық элементінің зарядталуы (зарядының бітуі) жүреді және оның электр өрісінде энергия жиналады (электр өрісінде жинақталған энергия көзге қайтып оралады)

Сыйымдылық элементінде индуктивті элементтегідей синусоидалық ток жұмыс атқармайды.

Сыйымдылық элементінің энергетикалық режимін, лездік қуаттың максималды теріс мәніне:

$$Q_C = -U_C I_C = -X_C I_C^2 = -I_C^2 / B_C = -U_C^2 / X_C = -B_C U_L^2 \quad (4.39)$$

тең *реактивті сыйымдылық қуатымен* анықтау қабылданған.

Егер индуктивті және сыйымдылық элементтері тізбектей жалғанған болса, яғни $i_L = i_C = i$, онда 4.33, б және в суреттеріндегі сәйкестендіруден көрініп тұрғандай, индуктивті элементтің магнит өрісінің энергиясы ұлғайған уақыт мезетінде, сыйымдылық элементінің электр өрісінің энергиясы азаяды, және керісінше. Демек, бұл элементтер тек көздермен ғана энергия алмасып қоймай, өзара да алмаса алады.

4.14. СИНУСОИДАЛЫҚ ТОК ТІЗБЕГІНДЕГІ АКТИВТІ, РЕАКТИВТІ, КЕШЕНДІ ЖӘНЕ ТОЛЫҚ ҚУАТЫ

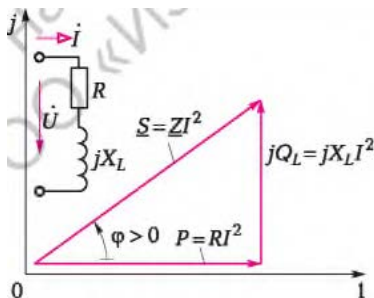
Егер R және L элементтері (4.23, в суретін қараңыз) және R мен C (4.24, в суретін қараңыз) элементтері тізбектей жалғанған тізбектер кедергілерінің үшбұрышының жақтарын I^2 -қа көбейтсек, 4.34 және 4.35-суреттерде көрсетілген, активті, реактивті және кешенді қуаттары құраушылары болып табылатын, *қуаттар үшбұрышын* аламыз.

Тізбектің активті қуаты резистивті элементте энергияның қайтымсыз түрленуінің орташа жылдамдығына тең:

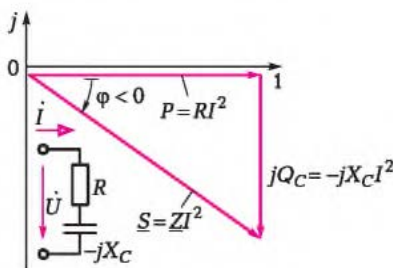
$$P = RI^2 = U_R I \quad (4.40)$$

Кедергі мен кернеу үшбұрыштарынан шығатыны, (4.23, б және в суреттерін және 4.24, б және в суреттерін қараңыз):

$$\cos \varphi = R / Z = U_R / U$$



4.34-сурет



4.35-сурет

Осы қатынастарды (4.40)-қа қойып, активті қуат үшін басқа өрнектерді аламыз

$$P = UI \cos \varphi \quad (4.41)$$

СИ-дегі активті қуаттың негізгі бірлігі— *ватт* (Вт).

Активті қуат ваттметр көмегімен өлшенеді (4.36-сурет). Ваттметр екі өлшеу тізбегіне ие, олардың бірі жүктеме тізбегімен бірге тізбекті қосылады, яғни ондағы ток жүктеме тогына тең, ал екіншісі – жүктеме тізбегіне параллель, яғни ондағы кернеу жүктемедегі кернеуге тең.

Кернеу мен ток арасындағы ығысу фазалары таңбасын ескеру үшін, өлшеу тізбектері ток пен кернеудің оң бағыттарына қатысты ұқсас етіп қосылуы қажет, сондықтан да әрбір өлшеу тізбегінің шықпаларының бірі ерекше белгіленуге ие (4.36-суреттегі жұлдызша).

Реактивті қуат көз бен тізбек арасындағы энергия алмасудың қайтарымды процесін анықтайды және

$$Q = UI \sin \varphi \quad (4.42)$$

тең болады.

Кедергілер үшбұрышынан R және L элементтерін тізбектей жалғау кезінде

$$\sin \varphi = X_L / Z$$

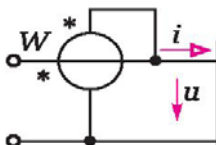
және R мен C тізбектей жалғау кезінде

$$\sin \varphi = -X_C / Z$$

Осы қатынастарды ескере отырып, тізбектің индуктивті сипатында ($\varphi > 0$), реактивті қуат оң, ал сыйымдылық кезінде ($\varphi < 0$) - теріс мәнге ие:

$$Q = Q_L = UI \sin \varphi = X_L I^2;$$

$$Q = Q_C = UI \sin \varphi = -X_C I^2$$



4.36-сурет

Толық қуат $\underline{S} = \underline{Z} I^2$ кешенді қуаттың модуліне тең және (4.32)-ні ескере отырып, тізбекке салынған кернеудің және токтың әрекеттегі мәндерінің көбейтіндісіне тең:

$$S = |\underline{S}| = \underline{Z} I^2 = UI \quad (4.43)$$

(4.41) — (4.43) формулаларын салыстыру арқылы, активті, реактивті және толық қуат арасындағы байланысты орнату қиынға соқпайды

$$S^2 = U^2 I^2 = (UI \cos \varphi)^2 + (UI \sin \varphi)^2$$

немесе

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (4.44)$$

Активті, реактивті және толық қуаттар өлшемділігі сәйкес келеді, алайда соңғыларды өлшеу үшін өз бірліктері тандап алынған: реактивті вольт-ампер (вар) және вольт-ампери (В•А)

Активті қуаттың толық қуатқа қатынасы *қуаттылық коэффициенті* деп аталады, ол (4.41) мен (4.43)-тен

$$\cos \varphi = P / S \quad (4.45)$$

тең.

Толық қуат, көптеген электротехникалық құрылғылардың (генераторлар, трансформаторлар, электр машиналары және басқа да) қолдану мүмкіндіктерін анықтайды, олар үшін $S_{ном} = U_{ном} I_{ном}$ номиналды түрінде көрсетіледі. Мысалы, электр энергиясының генераторы үшін толық қуат, $\cos \varphi = 1$ қуаттылық коэффициенті мәнінде алынуы мүмкін, оның максималды активті қуатына тең.

Көптеген синусоидалық токты электротехникалық құрылғылары, мысалы трансформаторлар мен қозғалтқыштар, күшті магнит өрісіндерге ие. Мұндай құрылғыларда токтың реактивті (индуктивті) шамалары жоғары және кернеу мен ток арасындағы фазалар ығысуының бұрышы $\varphi > 0$ (4.29, *a* суретін қараңыз). Бұл олардың $\cos \varphi$ қуаттылық коэффициенті мен өнідірістік кәсіпорынның қуаттылық коэффициенті мәнін азайтады.

Электротехникалық құрылғылардың жұмысына қажетті реактивті индуктивті ток, тарату желісінің, трансформаторлардың, генераторлардың және басқа да электротехникалық жабдықтардың функционалдық мүмкіндіктерін шектейді. Егер қабылдағыштың реактивті индуктивті тогының орынын, оған қосымша конденсатор жалғау арқылы толтырумен, бұл шығындарды азайтуға болады. Конденсаторлардың реактивті (сыйымдылық) токтары қабылдағыштың реактивті (индуктивті) тогын өтейді.

Конденсаторлар қосу арқылы қуаттылық коэффициентін арттыру әдісі, қозғалтқыштардың толық қуатын қолданудан және реактивті токтары аз қозғалтқыштарды (синхронды) орнату арқылы алынатын, *табиғиға* қарағанда *жасанды* деп аталады.